

《数学物理方法》教学大纲

(2010 版)

课程编码: 080322

课程名称: 数学物理方法

学时/学分: 72/4

先修课程: 《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《普通物理学》

适用专业: 物理学等专业

开课教研室: 大学数学教研室

执笔: 王宏伟

审定: 王仁举 赵国喜

《数学物理方法》教学大纲

(2010 版)

课程编码: 080322

课程名称: 数学物理方法

学时/学分: 72/4

先修课程: 《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《普通物理学》

适用专业: 物理学等专业

开课教研室: 大学数学教研室

执笔:

审定:

一、课程性质与任务

课程性质：本课程是为物理专业所开设的重要专业基础课，也可供电子信息、自动化等专业参考。本课程定位于在高等数学和普通物理的基础上，以讲授古典数学物理中的常用方法为主，适当介绍近年来的新发展，为后继的专业基础课程和专业课程的学习以及研究有关的数学物理问题做准备。本课程也是今后继续学习近代物理知识的必要基础，为工作中遇到的数学物理问题的求解提供方法。

课程任务：通过本课程的学习，不仅可以使学生学习到有关的基础知识、基本方法和基本技巧，而且引导学生通过对具体物理过程的具体分析，抓住主要因素，建立数学模型，求解、分析问题，以达到对物理过程的深入了解，同时从纯数学的学习转到将数学物理紧密结合、将数学应用于实际物理问题。本课程教学活动的着力点在于培养学生的理论思维能力，提高学生的分析问题和解决问题的能力。

二、课程教学基本要求

1. 本课程要求学生对规定的内容有一个总体了解。掌握其中的基本概念，熟悉一些重要的理论及公式，并使所学到的知识在头脑中形成合理的结构。

2. 本课程要求学生能运用学到的基本数学方法解决一类常见的物理问题，能较顺利地学习本专业后继的物理课程。

3. 本课程要求学生能熟悉在数学物理方法的创立过程中用过的创新思维方法，如类比、推广、猜想及模型化等，为写出有特色的学年论文和/或毕业论文创造条件。

本课程共 72 学时，成绩考核形式：平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）+ 期末成绩（闭卷考试）（70%），成绩评定采用百分制，60 分为及格。

三、课程教学内容

第一章 复变函数

1. 教学基本要求

熟悉复数的基本概念和基本运算；了解复变函数的定义，连续性；了解多值函数的概念；掌握复变函数的求导方法及柯西—黎曼方程；了解解析函数的概念，熟悉一些简单的解析函数的表示式。了解从实变函数到复变函数的推广过程中的创新思想与方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

复数的基本概念和基本运算；复变函数的定义，连续性；多值函数的概念；柯西—黎曼方程；解析函数的概念

3. 教学重点和难点

复变函数的运算，柯西—黎曼条件，解析函数

4. 教学内容

第一节 复数与复数运算

复平面，复数的表示式，共轭复数，无穷远点，复数的四则运算，复数的幂和根式运算，复

数的极限运算。

第二节 复变函数

复变函数的概念，开、闭区域，几种常见的复变函数，复变函数的连续性。

第三节 导数

导数的定义，导数的运算，柯西—黎曼方程。

第四节 解析函数

解析函数的概念，正交曲线族，调和函数

第五节 平面标量场

稳定场，标量场，复势

第二章 复变函数的积分

1. 教学基本要求

正确理解复变数函数路积分的概念；深透理解柯西定理及孤立奇点的定义；理解并会熟练运用柯西公式。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

复变数函数路积分的概念；柯西定理；孤立奇点的定义；柯西公式

3. 教学重点和难点

柯西定理，柯西公式和孤立奇点

4. 教学内容

第一节 复数函数的积分 路积分及其与实变函数曲线积分的联系

第二节 柯西定理

柯西定理的内容和应用，孤立奇点，单通区域，复通区域，回路积分

第三节 不定积分* 原函数

第四节 柯西公式

柯西公式的导出，高阶导数的积分表达式（模数原理及刘维尔定理不作要求）

第三章 幂级数展开

1. 教学基本要求

理解复数项级数概念；了解幂级数的敛散性的判别法及收敛半径的计算方法；会对一些简单的解析函数进行泰勒级数展开；了解解析延拓的含义*；会对一些简单的函数在孤立奇点邻域内进行罗朗级数展开；熟悉孤立奇点的三种类型，了解极点的阶；

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

复数项级数概念，幂级数，比值判别法，泰勒级数，罗朗级数、收敛圆，收敛环，解析延拓的含义

3. 教学重点和难点

幂级数，比值判别法，泰勒级数，罗朗级数、收敛圆，收敛环，函数按幂级数展开技巧。

4. 教学内容

第一节 复数项级数

复数项无穷级数，收敛性，科西判据，绝对收敛，一致收敛

第二节 幂级数

幂级数的概念，比值判别法，根值判别法，收敛圆，收敛半径，幂级数的性质

第三节 泰勒级数

泰勒级数的系数计算公式。

第四节 解析延拓*

解析延拓的基本思想

第五节 罗朗级数

广义幂级数，收敛环，罗朗展开。

第六节 奇点分类

罗朗级数的解吸部分、主要部分，留数，极点，极点的阶，单极点，本性极点，无穷远点为奇点的情况

第四章 留数定理

1. 教学基本要求

掌握留数定理，了解留数的计算方法；应用留数定理计算实变函数的定积分。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

留数定理；留数的计算方法；

3. 教学重点和难点

留数定理及其计算方法；

4. 教学内容

第一节 留数定理

留数定理概念，计算留数的一般方法，判断极点的阶，极点留数的计算方法，例 1—3

第二节 应用留数定理计算实变函数的定积分

类型一，类型二，留数定理及其计算方法

第五章 傅立叶变换

1. 教学基本要求

了解非周期函数的傅里叶积分表达式和傅立叶变换的概念；掌握傅立叶变换的基本性质与方法；了解提出狄拉克函数过程中的创造性思想；掌握狄拉克函数的定义、基本性质和常用表达式。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

非周期函数的傅里叶积分表达式和傅立叶变换的概念；傅立叶变换的基本性质与方法；狄拉克函数的定义、基本性质和常用表达式。

3. 教学重点和难点

非周期函数的傅里叶积分的概念，傅里叶变换的定义。狄拉克函数的定义、表达式和性质。

4. 教学内容

第二节 非周期函数的傅里叶积分

傅里叶积分的导出，傅立叶变换式，奇函数的傅里叶正弦积分，偶函数的傅立叶余弦积分。

第三节 狄拉克函数

广义函数的提出，狄拉克函数的定义、表达式和性质。

第七章 数学物理定解问题

1. 教学基本要求

了解定解问题的提法；了解几种常见的数学物理方程的导出；熟悉几种常见的边界条件和初始条件的表示形式；能对两个自变数的线性偏微分方程进行分类；了解行波法的意义，行波的物理意义，熟练运用达朗贝尔公式。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

定解问题、定解条件提法，弦振动方程、扩散方程及稳定浓度、温度分布方程的导出，二阶线性方程的分类，常系数线性方程的化简，达朗贝尔公式。

3. 教学重点和难点

定解问题，定解条件，边界条件，初始条件，泛定方程

4. 教学内容

第一节 数学物理方程的导出*

均匀弦的微小横振动，均匀杆的纵振动*，均匀薄膜的微小振动*，扩散方程，热传导方程，稳定浓度分布，稳定温度分布，静电场，(其他物理模型的方程的导出不作要求)。

第二节 定解条件

初始条件，边界条件（非线性边界条件不作要求）。

第三节 二阶线性偏微分方程的分类

二阶线性偏微分方程的一般形式，线性齐次和非齐次方程，叠加原理。两个自变数的方程分类（多个自变数的方程分类不作要求），双曲型，抛物型，椭圆型方程，方程的标准形式。常系数线性方程。

第四节 行波法

达朗贝尔公式，行波，求解公式。端点的反射*（固定端的情形）。定解问题，适定性。

第八章 分离变数（傅里叶级数）法

1. 教学基本要求

掌握分离变数法，理解本征值问题与本征函数的联系，会灵活处理较简单的非齐次边界条件的情况；熟悉并掌握齐次泛定方程的定解问题的求解方法；能对简单非齐次泛定方程的定解问题求解。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

分离变数法；本征值问题与本征函数的联系；非齐次边界条件齐次泛定方程的定解问题的求解方法；

3. 教学重点和难点

分离变数法的步骤，本征值问题，非齐次边界条件的处理。

4. 教学内容

第一节 齐次方程的分离变数法

分离变数法，驻波，本征值，本征函数，本征值问题，分离变数法的方法步骤。

第二节 非齐次振动方程和输运方程

傅立叶级数法，冲量定理法。

第三节 非齐次边界条件的处理

一般处理方法，特殊处理方法。

第四节 泊松方程

第九章 二阶常微分方程的级数解 本征值问题

1. 教学基本要求

掌握对方程进行分离变数的一般方法，了解一些常见方程进行分离变数后特殊的情形；掌握微分方程在常点邻域的级数解法；了解微分方程在正则奇点邻域的级数解法；了解斯特姆—刘维型本征值问题的提法。了解常见的本征值问题解族的正交性、模和函数族展开理论。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

方程进行分离变数；微分方程在正则奇点邻域的级数解法；斯特姆—刘维型本征值问题；解族的正交性、模和函数族展开；

3. 教学重点和难点

微分方程的级数解法，本征函数族，广义傅立叶级数展开。

4. 教学内容

第一节 特殊函数常微分方程

拉普拉斯方程，球坐标，球函数方程，连带勒让得方程*，勒让得方程，柱坐标，贝塞耳方程*。波动方程，输运方程，亥姆霍兹方程。

第二节 常点邻域上的级数解法

微分方程的级数解法

第三节 正则奇点邻域上的级数解法*

微分方程的级数解法，判定方程，例 1. 例 2（只要求得到正 m 阶贝塞尔函数的解）。

第四节 斯特姆—刘维尔本征值问题*

本征值，本征函数，斯特姆—刘维尔本征值问题，正交性，模，广义傅立叶级数，广义傅立叶系数。

第十章 球函数

1. 教学基本要求

掌握勒让得多项式概念，勒让得多项式的微分形式，正交关系，模的计算，及其广义傅立叶展开理论及方法；了解一般球函数和连带勒让得函数的概念。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

勒让得多项式概念；勒让得多项式的微分形式，正交关系，模的计算；一般球函数和连带勒让得函数的概念

3. 教学重点和难点

勒让德多项式及其微分形式，勒让德多项式函数族的正交性、模和展开理论。

4. 教学内容

第一节 轴对称球函数

勒让得多项式，洛德利格斯公式（施列夫利积分），勒让得多项式的正交关系，勒让德多项式的模，广义傅立叶级数，母函数与递推公式。

第二节 连带勒让得函数

连带勒让得函数，本征值问题，洛德利格斯公式，正交性，模，广义傅里叶级数（施列夫利积分，拉普拉斯积分不作要求）。

第三节 一般的球函数*

球函数，球函数的正交性，球函数的模，球面上的函数的，拉普拉斯方程的非轴对称解。

第十一章 柱函数

1. 教学基本要求

掌握贝塞尔函数级数形式，正交关系，模的计算，及广义傅立叶展开理论及方法；了解其他柱函数的概念和性质。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

贝塞尔函数级数形式，正交关系，模的计算，及广义傅立叶展开理论及方法；柱函数的概念和性质

3. 教学重点和难点

贝塞尔函数的性质及其应用。

4. 教学内容

第一节 三类柱函数

三类柱函数，柱函数的极限行为，递推公式。

第二节 贝塞尔方程

贝塞尔函数与本征值问题，贝塞尔函数的正交性，贝塞尔函数的模，傅立叶—贝塞尔级数，贝塞尔函数的应用。

第十二章 格林函数 解的积分公式

1. 教学基本要求

掌握泊松方程的基本积分公式，用电像法求格林函数，泊松积分；了解含时间的格林函数的概念。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

含时间的格林函数的概念；泊松方程；电像法；泊松积分；

3. 教学重点和难点

泊松方程的基本积分公式，用电像法求格林函数

4. 教学内容

第一节 泊松方程的格林函数

第一格林公式，第二格林公式，泊松方程的基本积分公式，泊松方程第一边值问题的格林函数及解的积分表达式，泊松方程第三边值问题的格林函数及解的积分表达式。

第二节 电像法求格林函数

无界空间的格林函数，基本解，用电像法求格林函数，泊松积分。

第三节 含时间的格林函数

第十三章 积分变换法

1. 教学基本要求

掌握傅立叶变换法在一维无界波动问题和输运问题的应用；了解傅立叶变换法在多维无界问题中的应用；了解拉普拉斯变换的在数学物理中的应用。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

一维无界波动问题和输运问题；多维无界问题；普拉斯变换

3. 教学重点和难点

用傅立叶变换法求解一维无界波动问题和输运问题。

4. 教学内容

第一节 傅立叶变换法

达朗贝尔公式，限定源扩散，泊松公式，推迟势*。

四、学时分配表

序号	课 程 内 容	教学课时		
		讲授	习题课	合计
1	第一章 复变函数	6	2	8
2	第二章 复变函数的积分	4		4
3	第三章 幂级数展开	6	2	8
4	第四章 留数定理	6		6
5	第五章 傅立叶变换	4	2	6
6	第七章 数学物理定解问题	6		6

7	第八章 分离变数（傅里叶级数）法	6	2	8
8	第九章 二阶常微分方程的级数解 本征值问题	4		4
9	第十章 球函数	6		6
10	第十一章 柱函数	4	2	6
11	第十二章 格林函数 解的积分公式	4		4
12	第十三章 积分变换法	4	2	6
总 计		60	12	72

五、主用教材及参考书

主用教材：

1. 《数学物理方法》第三版 主编：梁昆淼 出版社：人民教育出版社 出版时间：1995

参考书：

1. 《数学物理方法》 主编：刘连寿、王正清编 出版社：高等教育出版社 出版时间：1991
2. 《数学物理方法》 主编：严镇军 出版社：中国科学技术大学出版社 出版时间：1999
3. 《高等数学》第四版 主编：严镇军 出版社：四川大学出版社 出版时间：1996