

《数学分析选讲》教学大纲

课程编码: 1511104904

课程名称: 数学分析选讲

学时/学分: 64/4

先修课程: 《数学分析 I》、《数学分析 II》、《数学分析 III》、《数学分析 IV》

适用专业: 数学与应用数学

开课教研室: 分析方程教研室

一、课程性质与任务

1. 课程性质: 本课程是数学与应用数学专业的一门专业选修课程, 是《数学分析》课程的深化和发展, 开设在第 6 学期。

2. 课程任务: 本课程的目的是通过本课程的学习, 使学生对已学过的数学分析的知识进行巩固、加深、提高, 并扩大所学的知识, 更好地掌握分析的基本思想、基本方法, 使对所学的数学分析知识能做到触类旁通, 了解《数学分析》在理论和应用上新的发展成果, 为四年级学生撰写毕业论文提供一些比较切实选题, 并为报考数学专业硕士研究生的学生提供专业课程的辅导。通过本课程的学习, 使学生解决实际问题的能力、逻辑推理能力得到全面提高。

二、课程教学基本要求

通过本课程的学习, 正确理解极限、导数、微分、积分等《数学分析》的基本概念, 掌握《数学分析》的基础理论、基础思想方法, 熟练掌握《数学分析》解题技巧和计算技巧, 掌握运用《数学分析》解决实际问题的基本方法和步骤, 了解《数学分析》在理论和应用上新的发展成果, 运用所学数学知识解决实际问题的能力和逻辑推理能力得到提高。

成绩考核形式: 期终成绩(开卷考查)(70%) + 平时成绩(平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等)(30%)。成绩评定采用百分制, 60 分为及格。

三、课程教学内容

第一章 数列极限与一元函数极限

1. 教学基本要求

理解和掌握数列极限与一元函数极限的概念及性质; 掌握数列极限与一元函数极限的证明和求解方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章的学习, 学习者要准确理解数列极限、函数极限、数列的上下极限的概念和性质, 进一步熟练掌握求数列、函数极限的方法及论证极限的存在性, 理解数列的上、下极

限的概念和性质。

3. 教学重点和难点

教学重点：证极限的存在性及求极限的方法。

教学难点：上下极限及 Stolz 定理的应用。

4. 教学内容

第一节 数列极限的求法

1. Stolz 公式

2. 上下极限

3. 其它方法（利用迫敛性、定积分、归结原则、单调有界定理等）

第二节 一元函数的极限

1. 利用函数极限的定义

2. 利用 Stolz 公式

3. 其它方法（利用 Taylor 公式、L'Hospital 法则、等价无穷小等）

第二章 连续与一致连续

1. 教学基本要求

理解和掌握函数连续性和一致连续性的性质和应用；掌握体现实数连续性的六个等价定理及应用；了解上下半连续的概念和函数基本方程。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章的学习，学习者要理解体现实数连续性的基本定理（确界定理、单调有界定理、Cauchy 收敛准则、闭区间套定理、聚点定理、有限覆盖定理）及其应用，掌握连续，一致连续概念及性质，掌握连续性的应用及一致连续的证明。

3. 教学重点和难点

教学重点：函数连续性概念，连续函数性质，一致连续的概念，函数一致连续的判别及体现实数性的六个等价定理。

教学难点：一致连续的判别方法和应用、实数连续性基本定理的应用。

4. 教学内容

第一节 连续与一致连续

1. 连续性的证明

2. 连续性的应用

3. 一致连续性

第二节 实数的完备性

1. 上下半连续、实数完备性定理

2. 函数基本方程

第三章 微分学中的基本定理及其应用

1. 教学基本要求

理解和掌握一元函数的导数和微分的概念；掌握微分学中的基本定理及其应用；了解微分的应用。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章的学习，学习者要能够更加熟练的运算导数和微分，理解导数的两大特性，掌握 Roll 中值定理、Langrange 中值定理、Cauchy 中值定理在实际问题中的应用；了解利用 Taylor 公式证明中值公式，掌握利用 Taylor 公式证明不等式、进行界的估计的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点：微分中值定理及其应用。

教学难点：导数的两大特性、证明不等式和估计函数的界。

4. 教学内容

第一节 导数及导数的两大特性

1.关于导数的定义、可微性、高阶导数与 Leibniz 公式

2.导数的两大特性

第二节 微分中值定理及其应用

1.应用微分中值定理证明存在一点 ξ 使得某等式成立

2.证明不等式及估计函数的界

第四章 一元函数的积分学

1. 教学基本要求

掌握不定积分、定积分、反常积分的计算方法，理解和掌握定积分的概念及性质；掌握判断反常积分敛散性的方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章学习，学习者要准确理解不定积分和定积分的概念及掌握不定积分和定积分的性质。掌握定积分存在的充分必要条件和可积函数类，掌握定积分计算的技巧。掌握定积分的应用，会计算平面图形的面积，曲线的弧长，体积等。了解无穷限广义积分和无界函数广义积分的概念，会利用定义来求这两类广义积分并掌握判断反常积分收敛性的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点：求不定积分的一些技巧、定积分的计算及应用、定积分的计算方法、“微元法”的思想、反常积分收敛与发散的判别方法。

教学难点：定积分的可积性的证明、反常积分敛散性的判别。

4. 教学内容

第一节 不定积分的概念及基本积分公式

1. 不定积分的计算
2. 定积分的计算

第二节 定积分的性质、可积性条件及积分不等式

1. 积分与极限
2. 定积分的可积性
3. 积分不等式
4. 积分值估计
5. 综合性问题及其它（定积分的应用等）

第三节 反常积分

1. 反常积分的计算
2. 反常积分敛散性的判定

第五章 级数

1. 教学基本要求

掌握数项级数、函数项级数计算和判断敛散性的方法；掌握把函数展开成泰勒级数、傅里叶级数的方法；理解数项级数、函数项级数的概念及函数列、函数项级数一致收敛性的概念。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章学习，学习者要深刻理解数项级数的基本概念，掌握正项级数的比较原则、比式判别法与根式判别法、积分判别法、交错级数的 Leibniz 判别法的运用技巧，掌握一般项级数的绝对收敛与条件收敛性及狄利克雷判别法、阿贝尔判别法的运用技巧。掌握函数列与函数项级数一致收敛的概念、一致收敛的柯西准则。掌握函数项级数的优级数判别法、狄利克雷判别法、阿贝尔判别法、函数列极限函数与函数项级数和的连续性、逐项积分与逐项求导。掌握幂级数的连续性、逐项积分、逐项求导及四则运算。掌握泰勒级数、泰勒展开的条件，并会初等函数的泰勒展开进行近似计算。掌握三角函数系的正交性，傅里叶级数的展开，按段光滑周期函数傅里叶展开、傅里叶级数的收敛定理、奇函数与偶函数的傅里叶级数。

3. 教学重点和难点

教学重点：数项级数收敛与发散的判别方法、一致收敛的概念及一致收敛级数的连续性、可导性和可积性、幂级数求和的方法及函数的 Fourier 级数各种展开和应用。

教学难点：函数列与函数项级数一致收敛性的判别。

4. 教学内容

第一节 数项级数

1. 数项级数的求和问题

2. 数项级数收敛性的判别

第二节 函数列与函数项级数

1. 函数列一致收敛性的判断

2. 函数项级数一致收敛性的判断

第三节 幂级数与傅立叶级数

1. 幂级数

2. 傅立叶级数

第六章 多元函数微积分

1. 教学基本要求

理解和掌握多元函数的偏导数和全微分的概念、计算方法及其应用；掌握含参量积分、重积分、曲线积分、曲面积分的计算和应用。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章第一节的学习，学习者要深刻理解多元函数的极限与连续，掌握二元函数重极限与累次极限的关系、复合函数的连续性定理、有界闭域上连续函数的性质。理解偏导数和全微分的概念，掌握可微与偏导数存在、可微与连续的关系，熟悉各类函数偏导数的求法。掌握复合函数的偏导数与全微分，一阶微分形式不变性，方向导数与梯度，高阶导数，高阶微分，二元函数的泰勒定理。了解二元函数的极值。理解隐函数概念，掌握隐函数定理、隐函数求导。了解隐函数组概念、隐函数组定理、隐函数组求导、函数行列式。掌握几何应用，拉格朗日乘数法。

通过本章第二节的学习，学习者要深刻理解参变量正、反常积分的概念，掌握参变量正、反常积分的连续性、可积性与可微性。掌握一致收敛的柯西准则、维尔斯特拉斯判别法；掌握二重积分性质、二重积分计算、Green 公式，曲线积分与路径无关条件。掌握三重积分计算、三重积分的换元法、重积分应用。掌握第一型和第二型曲线积分概念、性质、计算、两类曲线积分的联系。掌握第一型和第二型曲面积分概念、计算、Gauss 公式，Stokes 公式。

3. 教学重点和难点

教学重点：多元函数的可微性的判别，多元函数的重极限和二次极限，含参变量积分的定义、含参量反常积分一致收敛性的判别，二重积分、三重积分、曲线积分、曲面积分的计算。

教学难点：隐函数存在定理的应用、含参量积分的计算、含参量反常积分一致收敛性的判别、三重积分与曲面积分的计算。

4. 教学内容

第一节 多元函数微分学

1. 多元函数的极限与连续

- 2.多元函数的偏导数
- 3.Taylor 公式、凸函数、几何应用、极值
- 4.隐函数存在定理

第二节 多元函数积分学

- 1.含参量积分
- 2.重积分、曲线积分、曲面积分
- 3.曲线积分与 Green 公式
- 4.曲面积分、Gauss 公式及 Stokes 公式

四、学时分配

章序	内容	课时	备注
一	数列极限与一元函数极限	8	
二	连续与一致连续	10	
三	微分学中的基本定理及其应用	10	
四	一元函数的积分学	12	
五	级数	12	
六	多元函数微积分	12	
合计		64	

五、主用教材及参考书

(一) 主用教材:

《数学分析的理论与方法》 主编：杨长森 王红军 出版社：河南师范大学 出版时间：2010 年。

(二) 参考书:

1. 《数学分析选讲》 主编：卜春霞 赵占才 出版社：郑州大学出版社 出版时间：2006 年 9 月。

2. 《数学分析》第四版上下册 主编：华东师范大学数学系 出版社：高等教育出版 出版时间：2010 年 7 月

3. 《数学分析中的典型问题与方法》 主编：裴礼文 出版社：高等教育出版社 出版时间：1993 年。

执笔：雷轶菊

审定：张 秦 梁桂珍