

《初等几何研究》教学大纲

课程编码：110816

课程名称：初等几何研究

学时/学分：36/2

先修课程：《数学教学论》、《数学分析》、《高等代数》、《解析几何》

适用专业：数学与应用数学

开课教研室：课程论教研室

一、课程性质与任务

1. 课程性质：《初等几何研究》是数学与应用数学专业的专业必修课程。本课程与中学数学紧密相关，并与高等数学有一定的联系，学习高等数学可以深化对初等数学的理解和掌握。

2. 课程任务：本课程兼具基础性和应用性特征。课程的任务是使学生掌握基础教育数学课程中几何知识的基础理论、基础知识和基本技能；了解其内容和知识结构；以较高的观点来审视初等几何中的相关内容，并对它们做出进一步的探讨和研究；在数学思想上得到启发，在数学方法上得到训练，为从事基础教育数学教学打下较坚实的基础。

二、课程教学基本要求

通过本课程的学习，要求学生掌握几类常用的证明方法，了解初等变换并掌握其应用。掌握轨迹的概念及常见两类轨迹的求法，掌握几何作图的基本知识并能解决常见作图问题。培养独立工作能力，提高思维能力。使学生了解初等几何知识的有关历史背景，探讨一些数学思想方法的发生背景以及在中学数学教学中如何因材施教，为从事基础教育数学教学打下较坚实的基础。本课程的主要教学环节包括课堂讲授、小组讨论等。其中以课堂讲授为主，研制电子教案和多媒体幻灯片以及 CAI 课件，在教学方法和手段上采用现代教育技术。

成绩考核形式：期终成绩（闭卷考试）（70%）+平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

三、课程教学内容

第一章 绪论

1. 教学基本要求

明确课程性质要求，明确基础教育数学课程中几何的基本内容，课程目标等以及中学几何的逻辑结构。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理解欧式几何与非欧几何；公理化方法等基本概念，掌握几何公理体系的三个基本问题。

3. 教学重点和难点

重点：初等几何研究的对象和目的。

难点：初等几何研究的对象和目的。

4. 教学内容

第一节 引言

1. 几何学的发展简史
2. 课程性质、要求
3. 课程目标、中学几何的逻辑结构。

第二章 证题法与证题术

1. 教学基本要求

正确理解证题通法（一般方法），掌握分专题讨论的证题术，理解严谨的逻辑证明的重要性。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、

通过本章学习，使学生能准确理解直接证法与间接证法、综合法与分析法、演绎法与归纳法；了解梅涅劳定理，锡瓦定理关于相等问题，掌握和差倍分与定值问题，不等、垂直与平行、共线点、共点线、共圆点、共点圆等问题的证题方法技巧。

3. 教学重点和难点

重点：对证题通法的正确理解，对分专题讨论的证题术的掌握。

难点：对证题通法的深刻理解，对具体证题术的灵活运用。

4. 教学内容

第一节 证题法

1. 命题的形式
2. 直接证法与间接证法
3. 综合法与分析法
4. 演绎法与归纳法
5. 证几何题方法方法可灵活机动一些

第二节. 证题术

1. 线段相等与角相等的证法；steiner 定理
2. 和差倍分与定值问题的证法
3. 不等问题的证法
4. 垂直线与平行线的证法

- 5.共线点与共点线的证法，梅涅劳定理，锡瓦定理
- 6.共圆点与共点圆的证法

第三章 初等几何变换

1. 教学基本要求

正确理解初等几何变换的地位和作用；恰当运用对称、旋转、平移、相似等变换，将图形的某些部分转移到适当的位置，将分散的条件聚拢，化难为易，发现解题途径；进一步熟悉利用几何变换解题的方法、深化有用的技巧，举一反三，开阔思路。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理解对称、旋转、平移、相似、位似变换等几何变换的基本概念和性质，掌握托雷密定理。

3. 教学重点和难点

重点：初等几何变换及其性质。

难点：初等几何变换的灵活应用。

4. 教学内容

第一节 合同变换

1. 图形的相等或合同的概念
2. 平移和旋转变换
3. 轴反射或轴对称变换
4. 合同（正交）变换
5. 三种合同变换间的关系

第二节 相似或位似变换

1. 相似变换及性质
2. 位似变换及其性质

第三节 初等几何变换的应用

1. 利用平移变换证明问题
2. 利用轴反射变换证明问题
3. 利用旋转变换证明问题
4. 利用相似变换证明问题，托雷密定理

第四章 度量与计算

1. 教学基本要求

正确理解线段、面积、体积的度量的概念；熟练掌握三角形中重要线段与圆内接四边

形面积的计算，极大极小问题的计算；重视各种几何量的计算。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理线段、面积、体积的度量的概念，理解掌握矩形面积公式的证明，理解掌握斯特瓦尔特定理和广义勾股定理，秦九韶公式。

3. 教学重点和难点

重点：三角形中一些线段的计算，计算应用题。

难点：应用计算问题的几何特征的把握与处理。

4. 教学内容

第一节 线段的度量

1. 线段的度量及其理论依据
2. 关于成比例的量的证明

第二节 面积的度量

1. 面积的概念及度量的理论依据
2. 矩形面积公式的证明与其他平面图形面积公式的推导

第三节 几何量的计算

1. 三角形中一些线段的计算；斯特瓦尔特定理，秦九韶公式
2. 极大极小方面的计算问题

第五章 轨迹

1. 教学基本要求

正确理解九个基本轨迹，掌握三类轨迹命题；熟悉轨迹问题的探求，证明和讨论；重视轨迹命题的两面证明，加深对初等几何的理解；加强对学生的全面观察和分析问题的能力培养。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理轨迹的概念，理解掌握六个基本轨迹定理，掌握阿式圆，定何幂圆，定差幂线等轨迹定理。

3. 教学重点和难点

重点：六个基本轨迹，三类轨迹命题的正确理解和应用。

难点：三类轨迹命题的灵活运用，轨迹的证明与讨论。

4. 教学内容

第一节 轨迹的基本问题

1. 轨迹的意义，轨迹命题的三种类型
2. 基本轨迹命题

第二节 三类轨迹命题及其探求

1. 第一类型轨迹命题举例
2. 第二类型轨迹命题举例；阿式圆，定何幂圆，定差幂线
3. 第三类型轨迹命题举例、轨迹探求法
4. 轨迹命题两面证明的回顾

第六章 作图题

1. 教学基本要求

正确理解初等几何作图的意义和作用；掌握常用作图问题的探求、作法、证明、讨论；培养学生全面观察和分析问题的能力；加深对初等几何各部分的理解。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理尺规作图，定位作图与不定位作图的概念，理解轨迹交截法与三角形奠基法，代数分析法的基本概念。

3. 教学重点和难点

重点：常用作图的探求和作法与讨论，用几何变换解作图问题。

难点：作图问题的证明和讨论。

4. 教学内容

第一节 几何作图的基本问题

1. 几何作图问题的意义与作用，尺规作图，定位作图与不定位作图
2. 基本作图问题，解作图题的步骤

第二节 尺规作图的方法

1. 轨迹交截法与三角形奠基法
2. 应用合同（正交）变换解作图问题，位似变换的应用
3. 代数分析法；

第三节 尺规作图不能解决的问题

1. 尺规作图不能问题的概念
2. 三大尺规作图不能解决的问题及其理论证明

第七章 立体几何

1. 教学基本要求

理解点、直线、平面之间的位置关系，正射影与平行射影、二面角、异面直线的公垂线、多面体的基本知识；利用空间物体图形的性质，培养学生的空间观察能力、空间想象能力、空间分析能力、空间转化能力、空间表现能力、发展逻辑思维、解决实际问题。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，使学生能准确理解并掌握三垂线定理及逆定理、凸多面体的欧拉定理。

3. 教学重点和难点

重点：点线面的位置关系、三垂线定理、公垂线、欧拉定理。

难点：将空间问题转化为平面问题而加以解决。

4. 教学内容

第一节 空间点、线、面间的相关位置

1. 点与直线、点与平面位置关系
2. 两直线、直线与平面的位置关系
3. 两平面之间的位置关系

第二节 三垂线定理及逆定理

1. 三垂线定理及逆定理
2. 三垂线定理及逆定理举例

第三节 欧拉定理

1. 平面图形的欧拉定理
2. 凸多面体的欧拉定理
3. 正多面体

四、学时分配表

章序	内容	课时	备注
一	绪论	2	
二	证题法与证题术	8	
三	初等几何变换	6	
四	度量与计算	6	
六	轨迹	6	
七	作图	4	
八	立体几何	4	
合计		36	

五、主用教材与参考书

(一) 主用教材：

《初等几何研究》 主编：朱德祥、朱维宗 出版社：高等教育出版社 出版时间：2006年6月。

(二) 参考书：

1. 《几何原本》主编：欧几里得 出版社：陕西科技出版社 出版时间：2005年9月

2. 《平面几何证明方法全书》 主编：沈文选 出版社：哈尔滨工业大学出版社，2007年。

3. 《初等数学复习及研究（平面几何）习题解答》 主编：尚强 出版社：哈尔滨工业大学出版社 出版时间：2009年1月。

执笔：皮磊

审定：成继红 梁桂珍